



# LA LEÇON GÉNÉRALE D'UNE REMARQUE DE GÖDEL

Eric Audureau

► To cite this version:

| Eric Audureau. LA LEÇON GÉNÉRALE D'UNE REMARQUE DE GÖDEL. 2011. hal-00672727

**HAL Id: hal-00672727**

**<https://hal.science/hal-00672727>**

Preprint submitted on 21 Feb 2012

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# LA LEÇON GÉNÉRALE D'UNE REMARQUE DE GÖDEL<sup>1</sup>

**Eric Audureau**

**[eric.audureau@univ-provence.fr](mailto:eric.audureau@univ-provence.fr)**

**CEPERC, UMR 6059-CNRS  
Aix-Marseille-Université  
29, avenue Robert Schuman  
F13621 Aix-en-Provence Cedex 1  
Tel. : 00 33 (0)4 91 10 67 75 (office)  
00 33 (0)4 91 49 88 81 (home)**

Le Nachlass de Kurt Gödel contient quinze cahiers intitulés Max-Phil, où le logicien consignait ses réflexions personnelles sur divers sujets. Principalement la Grammaire générale, la Logique, la Physique, la Psychologie et la Théologie. Ces cahiers, rédigés en Gabelsberger, sont actuellement transcrits en allemand, traduits en français et annotés par un groupe international de chercheurs sous la direction de Gabriella Crocco.

Les Max-Phil ne sont pas des pense-bêtes, mais le lieu où Gödel spéculait pour son propre compte dans la perspective ambitieuse de la construction d'un système philosophique. Ils sont composés de remarques qui s'enchaînent le plus souvent par association d'idées. Ces remarques sont parfois énigmatiques et, très certainement, elles vont à contre-courant du *Zeitgeist*.

Pour illustrer la pertinence et la très grande valeur scientifique de ces remarques, je propose ici de commenter l'une d'entre elles. Mon choix s'est porté sur une remarque pour laquelle nous disposons de très nombreux éléments nous permettant de juger de quoi elle était grosse. L'important étant de faire apparaître que si nous n'avions pas disposé de ces éléments, cette remarque serait demeurée quasiment incompréhensible. Sur la base de cette expérience, on est donc encouragé à méditer chacune des remarques des Max-Phil en cherchant à leur donner un sens intelligible même lorsque cette possibilité paraît exclue.

On trouve à la p.10 du Max-Phil X, daté ainsi par Gödel: 12.III. 1943 – 27.I. 1944, la

---

<sup>1</sup> Ce travail est conduit dans le cadre de l'ANR 09 BLAN 0313-01 *Kurt Gödel : de la logique à la cosmologie*.

Bem<erlung> (*Phys<ik>*): Zwei Auffassungen der vierdimensionalen Welt. Entweder 1. als etwas starr Existierendes <oder> 2. mit einer dreidimensionalen Ebene, die sich darin „bewegt“ (oder überhaupt nur dreidimensional).

On reconnaît dans ces deux possibilités les modèles de l'espace-temps proposés par Gödel dans “An example of a new type of cosmological solutions of Einstein’s field equations of gravitation” (*Rev. of Mod. Physics* 21, 447-450, 1949), pour la première, et dans “Rotating universes in general relativity theory” (*Proc. of the Int. Congress of Mathematicians ; Cambridge, Massachusetts, U.S.A., August 30-September 6, 1950*), pour la seconde. Cette Bemerkung étant antérieure au 27-1-1944, elle invite, tout comme un passage de la Bemerkung Phil<osophie> [23] où Gödel parle de «die “Einstein-Kantische Auffassung“ [der Zeit] », à formuler une observation préliminaire importante.

On sait que le contenu des deux articles juste mentionnés a été élaboré dans le cadre de la préparation de l'article “A remark about the relationship between relativity theory and idealistic philosophy” (in P.A.Schilpp, *Albert Einstein, Philosopher-Scientist*, La Salle, The Library of Living Philosophers, 1949, 555-562), comme d'ailleurs Gödel le signale explicitement dans sa *Lecture on Rotating Universes* donnée à Princeton en mai 1949 (*Col. Works, vol.III*, ). Dans celle-ci, il déclare que c'est en travaillant sur les rapports du kantisme et la théorie de la relativité qu'il en est venu à l'étude des univers tournants. Puisque c'est le 10-7-1946 que Schilpp demande à Gödel de contribuer au volume hommage à Einstein, on constate donc que le savant avait des idées arrêtées aussi bien sur les rapports entre les conceptions kantienne et relativiste du temps que sur les modèles cosmologiques présentés dans ses articles techniques, ceci bien avant que la possibilité de publier ces résultats ne se présente à lui.

La maigreur de la présente *Bemerkung*, à elle seule, ne pourrait permettre d'imaginer à quoi pensait Gödel si nous ne disposions pas de “An example of a new type...” et de “Rotating universes...” pour en juger. On peut donc en tirer une maxime générale pour la lecture des Max Phil, en particulier pour les *Bemerkungen* portant sur des questions sur lesquelles Gödel n'a pas publié : il faut constamment postuler que la moindre de ses remarques est justifiée par des réflexions très approfondies, aussi bien sur le plan philosophique que sur l'état de la science, et que ces réflexions sont d'une originalité déconcertante. Ceci doit valoir, en particulier, pour les *Bemerkungen* portant sur la mécanique quantique et la théorie unifiée du champ, lesquelles sont nettement plus abondantes que celles

sur la théorie de la gravitation, puisqu'on sait que Gödel était très réservé sur l'état de la première et profondément sceptique sur la possibilité de la seconde.

Venons-en maintenant au contenu proprement dit de cette Bemerkung.

“Zwei Auffassungen der vierdimensionalen Welt“.

Il faut comprendre que ces deux possibilités forment, pour Gödel, une disjonction complète. Elles excluent l'idée actuelle d'une singularité initiale (Big-Bang) dans la description géométrique de l'univers. La référence à Parménide, dès la première page de “A remark on the relationship...“, est là pour l'indiquer. De même, dans ce cahier (p.4): “Die Schwerkraft regiert den Himmel und sucht alle Vielheit zu vernichten.“ Comme G.Kreisel l'a noté avec justesse: pour Gödel, “The Universe just is!“. L'idée d'une naissance ou d'un devenir de l'univers est étrangère à sa pensée.

On pourrait croire que, de ce fait, les vues de Gödel sont devenues irrémédiablement obsolètes face au développement de la cosmologie. Mais, avant de prononcer un tel jugement, il importe de tenir compte des intentions et des apports réels de Gödel à la Théorie de la Relativité tels qu'il les a lui-même résumé: «Meine eigene Arbeiten über die Relativitätstheorie beziehen sich auf die 1916 veröffentlichte reine Gravitationstheorie, von der ich glaube, dass sie, sowohl von Einstein selbst, als auch von der ganzen zeitgenössischen Physikergeneration als Torso stehen gelassen wurde, und zwar in jeder Hinsicht: physikalisch, mathematisch, und hinsichtlich ihrer Anwendungen (Kosmologie)». (Lettre de Gödel à Seelig du 7 septembre 1955, C.W. vol.V, 248).

“1. als etwas starr Existierendes“.

Dans l'énumération des propriétés de l'espace quadridimensionnel  $S$  défini par sa solution exacte des équations d'Einstein, la deuxième que mentionne Gödel est la suivante: “There exists a one-parametric group of transformations of  $S$  into itself which carries each world line of matter into itself, so that any two lines of matter are equidistant“. Cette propriété, comme Gödel le signale dans la *Lecture on Rotating Universes*, revient à considérer l'Univers comme un *corps rigide*. Notons d'abord l'originalité de cette conception. En cosmologie, relativiste ou non, on assimile toujours le substrat matériel (c'est-à-dire l'ensemble des galaxies) soit à de la “poussière de matière“, encore dite “matière incohérente“, soit à un fluide parfait, et c'est cette dernière hypothèse que les commentateurs attribuent généralement à la solution de “An example...“. S'il est vrai que les hypothèses du fluide parfait ou du corps rigide sont, pouvoir heuristique mis à part, indifférentes quant à la détermination géométrique de  $S$ , pour Gödel, par contre, cette assumption ontologique est capitale à de nombreux titres. Sans être exhaustif, mentionnons les raisons suivantes.

Bien que les critiques de Gödel concernent, en général, “der ganzen zeitgenössischen Physikergeneration“, de très nombreux éléments indiquent sans équivoque que son ami Einstein en est l’objet principal. Ce qui ne veut évidemment pas dire qu’il soit le théoricien le plus critiquable de cette génération de physiciens, bien au contraire. Dans “An example...” Gödel (p.449) mentionne “without proof” que sa solution et “Einstein’s static universe are the only spatially homogeneous cosmological solutions with non-vanishing density of matter and equidistant world lines of matter.” (C’est nous qui soulignons). Einstein a donc, à son insu, adopté une hypothèse correcte. À son insu, car il retient explicitement l’hypothèse de la matière incohérente en assimilant, dans les *Kosmologische Betrachtungen zur allgemeinen Relativitätstheorie*, le système stellaire à un gaz en équilibre thermique.

Le corps rigide est le plus simple des objets physiques que l’on puisse considérer. Qu’est-ce qui distingue l’univers-corps rigide de Gödel de celui d’Einstein? Les physiciens ont très rapidement noté que l’univers statique d’Einstein était instable. L’univers de Gödel tourne, et tout permet de supposer que Gödel soit parvenu à cette solution en faisant tourner l’univers d’Einstein. De plus, l’étude du mouvement d’un corps rigide, on le sait, se ramène à celle de sa rotation. La stabilité de l’univers de Gödel est due aux forces gravitationnelles s’exerçant sur les « galaxies-points ». Les forces gravitationnelles sont donc l’*analogue* des forces de liaisons entre molécules d’un corps rigide. Ce qui jette un éclairage particulier sur certaines autres *Bemerkungen* de ce Max-Phil où Gödel met en valeur le raisonnement analogique et, plus particulièrement, sur les trois *Bemerkungen* de philosophie des pp.4-6 où il s’interroge longuement, et en des termes inhabituels, sur l’origine des forces attractives et répulsives expliquant la stabilité des corps rigides.

Dans les *Bemerkungen* auxquelles il vient d’être fait allusion, on constate que, pour Gödel, la notion de corps rigide n’est pas, comme pour les physiciens, qu’un corps idéal n’ayant aucune réalisation concrète dans la nature. Il s’agit avant tout d’une notion dont l’*existence* doit être expliquée par la philosophie ; une exigence qui s’impose, entre autres, à cause même de la fécondité de l’idée de corps rigide en physique. C’est ce que Gödel démontre par l’exploitation qu’il fait de cet objet idéal dans la *Lecture on Rotating Universes*. Puisque le moment cinétique est une grandeur dont l’expression est identique en physique classique et relativiste, Gödel propose de dériver simultanément les lois newtonienne et einsteinienne de la gravitation à partir de valeurs différentes du moment cinétique, c’est-à-dire à partir de valeurs différentes de la vitesse de rotation de l’univers.

2. mit einer dreidimensionalen Ebene, die sich darin „bewegt“ (oder überhaupt nur dreidimensional).

La solution cosmologique de “An example...”, précise Gödel, “yields no red red shift for distant objects“. Elle ne s’accorde donc pas avec les données observationnelles, et leur interprétation usuelle comme signe d’une récession des objets lointains. Cette solution n’avait pour but initial que de montrer que la théorie de la relativité générale est compatible avec la possibilité de voyager dans le passé. Mais notons qu’elle a également permis à Gödel de déduire la loi relativiste de la gravitation *sans recourir au principe d’équivalence d’Einstein*, ce qui s’accorde bien avec les Bemerkungen des pp.4-6 où les différences entre inertie et gravitation sont mises en avant en particulier avec cette autre “Analogie: Schwerkraft : Trägheit = Gott : Teufel.“

Dans “Rotating Universes...” le modèle du substrat matériel est le fluide parfait et les solutions cosmologiques étudiées par Gödel sont compactes (l’univers y est fini) alors que la solution de “An example“ était non compacte (univers infini). L’univers est donc analogue à une masse fluide en rotation. Gödel se restreint à l’étude des solutions *spatialement* homogènes, avec densité de matière non constante. Au terme d’une brève discussion, reposant sur des résultats dont il ne donne pas la démonstration, il conclut que le groupe de transformations des tri-espaces de densité constante ne peut avoir que trois paramètres. Il affirme de plus que, dans ce type de solutions, “the topological connectivity of space must be that of a spherical or elliptical 3-space“ (p.177).

On peut porter l’appréciation globale suivante sur les vues de Gödel. Le comportement d’une masse fluide en rotation est décrite par trois grandeurs (cf, p.ex. A.K.Raychaudhuri, *Theoretical Cosmology*, Oxford, 1979, pp.79 et sqq.):

- un scalaire d’expansion
- un vecteur de rotation
- un tenseur de cisaillement.

Dans la solution de “An example...”, le scalaire et le tenseur s’annulent. Dans les solutions de “Rotating Universes...” aucune de ces grandeurs ne s’annule. Dans les modèles dits de Friedman-Lemaître, seul le scalaire d’expansion ne s’annule pas. Rapportés à l’ensemble des solutions exactes des équations d’Einstein, ces modèles en expansion sont de “mesure nulle“. Les vues de Gödel, telles qu’il les exprime dans la lettre à Seelig, reviennent à critiquer a) la restriction arbitraire des hypothèses physiques adoptées dans les modèles de Friedman-Lemaître et b) les préjugés auxquels ces restrictions sont associées quant à l’usage systématique de la théorie des groupes dans la détermination des formes possibles de l’espace-temps. Des préjugés dont même H.P. Robertson (« Relativistic Cosmology» *Review of Modern Physics*, **5**, pp.62-90), l’un des rares auteurs cités dans “An example...” (il n’y en a

aucun dans “Rotating universes...”), qui insistait sur la subordination de la cosmologie à la théorie des groupes, n’a pu se départir.